יעקב בכר, מידע וסטטיסטיקה
דור לב, שווקים
נדב שטינברג, מחקר
27.7.2022

<u>התשואות הנומינליות והריאליות המחושבות על בסיס מודל – נתוני התשואות משמשים כתחזיות הנדרשות לצורך חישוב "הריבית הכוללת החזויה" הקבועה בהוראת נב"ת 451</u>

בנק ישראל עוקב באופן שוטף אחר עקומי התשואות כדי לוודא שהתנהגותם תואמת את המצופה בהתאם לתיאוריה על פיה הם מחושבים. ככל שיידרש, בנק ישראל יעדכן את המודל בעתיד. הגרסה הנוכחית של המודל עודכנה ב- 28/7/2022 ומחליפה את הגרסה שפורסמה באתר הבנק בפברואר 2022.[1] כמו כן, ב- 28/7/2022 הוחלפו העקומים ההיסטוריים בעקומים המחושבים בגרסה החדשה של המודל.

קריטריון מרכזי להשוואה של הצעות משכנתא שונות הנו הריבית הכוללת החזויה- הריבית האפקטיבית השנתית שצפוי הלווה לשלם לאורך חיי המשכנתא. ריבית זו גם קובעת את סך התשלומים ש**צפוי** הלווה להחזיר לבנק לאורך חיי המשכנתא. מאחר והבנקים מציעים משכנתאות בין השאר בריבית משתנה ו/או עם הצמדה למדד המחירים לצרכן, חישוב הריבית הכוללת החזויה הנגזרת מהצעת משכנתא תלוי באופן קריטי בהנחות לגבי התפתחות הריבית והאינפלציה לאורך תקופת ההלוואה. בהינתן חוסר-הוודאות המובנה הגלום בהערכות שכאלה, בחרנו להשתמש **בציפיות השוק** לגבי משתנים אלה, כפי שמגולמות במחירי אגרות החוב הממשלתיות הנומינליות ואגרות החוב הממשלתיות הצמודות למדד המחירים לצרכן. כדי לגזור את ציפיות השוק לטווחים השונים דרוש עקום תשואות המתאר את התשואות חסרות-הסיכון בשוק לטווחים השונים. עקום התשואות הנגזר מאיגרות חוב ממשלתיות הנסחרות בשוק ההון הוא כלי מרכזי לתמחור נכסים ולניתוחים כלכליים, ובכלל זה לגזירה של ציפיות המשקיעים לגבי התפתחות הריבית והאינפלציה.

בספרות המקצועית מקובל לחשב עקום תשואות על בסיס איגרות חוב נטולות קופונים – 'עקום אפס' (zero coupon bonds). כדי להשתמש בעקום התשואות לגזירת ציפיות השוק או לתמחור נכסים לתקופות עתידיות שונות ברצוננו לאמוד עקום חלק, המאפשר אמידה של התשואה חסרת הסיכון גם לגבי תקופות שונות מהתקופות לפדיון של איגרות החוב הממשלתיות הנסחרות בשוק. בספרות הוצעו שיטות שונות לאמידת 'עקום אפס' על בסיס לוח הסילוקין של איגרות החוב הממשלתיות ומחיריהן בשוק. בפרט, השיטה הא-פרמטרית מאפשרת התאמה טובה למחירים ולתשואות לפדיון של אגרות החוב שנסחרות בפועל בשוק, בעוד שהשיטה הפרמטרית מאפשרת קבלת עקום חלק ולכל טווח לפדיון. כדי להבטיח התאמה טובה לתשואות של אגרות החוב הממשלתיות הנסחרות בפועל בשוק ועם-זאת לתאר את עקום התשואות בצורה חלקה ולכל הטווחים הנדרשים, ובכלל זה טווחים שבהם לא נסחרות אגרות בפועל, נשלב בין השיטה הא-פרמטרית והשיטה הפרמטרית. בפרט, נשתמש בעקום הנאמד בשיטה הא-פרמטרית כמתואר אצל ברודסקי ושטינברג (2011) כבסיס לאמידה פרמטרית בשיטת נלסון-סיגל כמתואר אצל שטינברג (2014).

[1] בתאריך 27/7/2022 הוחלפו העקומים שפורסמו החל מפברואר 2022 בעקומים המחושבים בשיטה כפי שמתוארת במסמך זה. עדכון שיטת החישוב נעשה בעקבות אנומליות שהתגלו בעקומים בחודש מרץ 2022 שהובילו להתנהגות שאינה תואמת את התיאוריה. הנתונים הישנים ממשיכים להתפרסם באופן זמני באתר בנק ישראל.

בכל יום מסחר נאמדים העקום השקלי והעקום הצמוד, בנפרד, בשיטה הא-פרמטרית על-בסיס כל המק״מים ואגרות החוב הממשלתיות בריבית קבועה שמחזור המסחר היומי בהן היה לפחות 10,000 ₪ והמסחר בהן לא החל באותו היום או ביום המסחר הקודם. מאחר ולקראת מועד הפדיון של אגרות החוב שיקולים של עמלות וכדומה עלולים להפוך משמעותיים ביחס למחיר ולייצר תנודתיות, מנופים מהאמידה מק״מים ואגרות חוב שקליות שהטווח לפדיון שלהן שווה או נמוך מ-50 ימים, ואגרות חוב צמודות למדד שהטווח לפדיון שלהן שווה או נמוך מ- 180 ימים. בנוסף, אנחנו מנפים אגרות חוב חריגות במסגרת תהליך האמידה כמתואר אצל ברודסקי ושטינברג (2011). האמידה היא בהתאם למתואר אצל ברודסקי ושטינברג (2011) בהתאם לשיטה הא-פרמטרית שהוצעה לראשונה על-ידי McCulloch (1971). במסגרת אמידת העקום הצמוד בשיטה הא-פרמטרית מתבצעת גם התאמה לעונתיות במדד המחירים לצרכן, בהתאם להצעתו של שטיין (2012).[2]

האמידה בשיטה הא-פרמטרית נותנת רשת של תשואות לטווחים שונים לפדיון[3]. רשת זו מהווה את הבסיס לאמידה של העקום בשיטה הפרמטרית של נלסון-סיגל. ואולם, עקב עיוותים ידועים במסחר בשוק המק״מ לאורך השנים האחרונות, שעשויים להוביל לעיוותים באמידת התשואות הקצרות בעקום הא-פרמטרי הנומינלי, לא נשתמש בתשואות מהעקום לטווח של פחות משנה וכתחליף נשתמש בריבית בנק ישראל[4]:

האמידה של העקום הנומינלי והאמידה של העקום הריאלי נעשות על-בסיס המודל של נלסון-סיגל (Nelson and Siegel, 1987)[5]:

$$y_{NS,t}(\tau) = \beta_{NS,1,t} + \beta_{NS,2,t} * \left[\frac{1 - e^{\frac{-\tau}{\lambda_{NS,t}}}}{\frac{\tau}{\lambda_{NS,t}}}\right] + \beta_{NS,3,t} * \left[\frac{1 - e^{\frac{-\tau}{\lambda_{NS,t}}}}{\frac{\tau}{\lambda_{NS,t}}} - e^{\frac{-\tau}{\lambda_{NS,t}}}\right]$$

כאשר:

[2] שטיין (2012) מצא השפעה חזקה של גורמי העונתיות במדד המחירים לצרכן על מחיריהן של איגרות חוב ממשלתיות צמודות למדד. אמידת עקום התשואות הריאלי ללא התחשבות בהשפעת העונתיות תאמוד נכונה את התשואה על האיגרות הצמודות למדד הנסחרות בשוק, אבל תשואה זו תבטא אומד מוטה לציפיות האינפלציה האמיתיות של המשקיעים בשוק; בהנחה שהמשקיעים מתמחרים את העובדה שמדד המחירים לצרכן אינו צפוי להתפתח באופן אחיד על פני השנה הם צפויים לקבוע מחירים שונים לאיגרות חוב צמודות בעלות מאפייני עונתיות שונים. ההתאמה שהציע שטיין (2012) מתבססת על התאמת התשואות של איגרות חוב צמודות למדד הנצפות בשוק לגורמי העונתיות הרלוונטיים לתאריך התצפית ולזמן לפדיון של כל איגרת. ההתאמה המוצעת היא בשיעור של 80% מהעונתיות הצפויה, מאחר וייתכן שהשוק אינו מתמחר באופן מלא את השפעת העונתיות.

[3] או מח״מ שונה- מאחר וניכינו את הקופונים, הטווח לפדיון זהה למח״מ ב- ׳עקום האפס׳.

[4] מטעמים טכניים, באמידת העקום אנחנו מתייחסים לריבית בנק ישראל כריבית לטווח של חודש.

[5] בחנו גם ספסיפיקציות אלטרנטיביות ובראשון ההרחבה של סוונסון (Svensson, 1994) למודל נלסון-סיגל. השווינו את הביצועים של האלטרנטיבות השונות מתחילת 2008 ועד למאי 2022 וזאת על-בסיס ממוצע, חציון ומקסימום שורש ממוצע ריבועי הסטיות (RMSE) ביחס למודל הא-פרמטרי וכן על-בסיס שיעור התצפיות שבהן שיפוע העקום בטווחים הארוכים היה גבוה מהשיפוע בטווחים מעט יותר קצרים (קירוב לנגזרת שניה חיובית בטווח הארוך של העקום) וזאת בניגוד לציפייה שלנו שעקום התשואות ייטה להשתטח בטווחים ארוכים מאוד. הבדיקות השונות הראו עדיפות לשימוש במודל הפשוט שהציעו נלסון וסיגל.

$y_{j,t}(\tau)$ – תשואת הספוט ממודל נלסון סיגל בתאריך t לתקופה τ

$\beta_{j,i,t}$ – פקטור i (i=1,2,3) ממודל j (j=Nelson-Siegel) בתאריך t

$\lambda_{j,i,t}$ - פרמטר הדעיכה ממודל j (j= Nelson-Siegel) בתאריך t

אנחנו משתמשים באופטימיזציה לא ליניארית[6] במטרה למזער פונקציית קנס של סכום ריבועי הסטיות בין התשואות לפדיון שהתקבלו מהאמידה הא-פרמטרית לאלה המתקבלות מהמודל. האמידה שואפת למזער בכל יום את סכום ריבועי הסטיות בין התשואות לפדיון שהתקבלו מהאמידה הא-פרמטרית (וריבית בנק ישראל במודל הנומינלי) לתשואות לפדיון המתקבלות מהמודל. כפי שמוסבר בפירוט אצל שטינברג (2014), אמידת המודל כפשוטו טומנת בחובה קשיים, בשל מחסור במגבלות מספיקות על הפרמטרים הנאמדים. לפיכך, הפעלנו שורת מגבלות על המקדמים במודל על-בסיס ההיגיון הכלכלי והספרות האמפירית בתחום: אנו מגבילים את הפרמטר הראשון, המבטא את רמת הריבית ארוכת הטווח ל- 100%-10%-, מגבילים את הפרמטרים השני והשלישי לטווח 100%-100%- ואת פרמטר הדעיכה מגבילים לטווח 0.08-11.15; בהרצה הראשונה של המודל (היום הראשון במדגם) אנחנו מתחילים בערך ההתחלתי של 2.79 לפרמטר הדעיכה,[7] התשואה לפדיון על איגרת החוב הארוכה ביותר במדגם לפרמטר הראשון, ההפרש בין התשואות לפדיון על איגרת החוב הקצרה ואיגרת החוב הארוכה ביותר במדגם לפרמטר השני, ואפס לפרמטר השלישי. לבסוף, אנחנו מוסיפים לפונקציית הקנס של ריבועי הסטיות בתשואות לפדיון, כפי שתוארה לעיל, גם קנס על השינוי בפרמטר הדעיכה ביחס ליום האתמול כך שפונקציית הקנס המלאה מתוארת על-ידי המשוואה הבאה:

$$\sum_{\tau=1}^{N}(\frac{1}{N}\left(y_{\tau,t}-y_{\tau,t}^{e}\right)\hat{}2)+(\lambda_t-\lambda_{t-1})^2/10^6$$

כאשר:

$y_{\tau,t}$ – התשואה לפדיון לתקופה τ ביום t לפי המודל הא-פרמטרי

$y_{\tau,t}^{e}$ - התשואה לפדיון שנאמדה לתקופה τ ביום t

λ_t – מקדם הדעיכה ביום t

λ_{t-1} – מקדם הדעיכה ביום t-1

האמידה שתוארה לעיל מתבצעת בשני שלבים- א-פרמטרי ואז נלסון-סיגל וזאת בשונה מהעקום שנאמד בעבר והתפרסם עד-כה לציבור באתר בנק ישראל, שנאמד רק בשיטה הא-פרמטרית. למעשה, עקום התשואות כפי שהוא נאמד בעבר מהווה את הבסיס לאמידה החדשה. האמידה בשיטה הדו-שלבית נותנת תוצאות דומות לאמידה בשיטה הא-פרמטרית שבה השתמש

[6] האופטימיזציה בוצעה באמצעות הפונקציה fmincon בתוכנת MATLAB.

[7] Diebold and Li (2006) הציעו לקבע את פרמטר הדעיכה במודל נלסון-סיגל על הערך שנותן את המשקל המרבי למקדם הגבנוניות בטווח הבינוני. הם הגדירו טווח זה כשנתיים וחצי, אבל הנתונים שלנו כוללים טווחים ארוכים יותר ולכן אנחנו בוחרים ערך התחלתי לפרמטר הדעיכה שמביא את מקדם הגבנוניות למקסימום בטווח של 5 שנים (לפירוט, ראו שטינברג, 2014).

בנק ישראל עד-כה. לצד זאת, האמידה המוצעת נהנית משני יתרונות פוטנציאליים ביחס לעקום שנאמד בעבר בשיטה הא-פרמטרית:

א. האמידה בשיטה הפרמטרית מאפשרת לקבל תשואה לכל טווח לפדיון ובכלל זה טווחים שאינם נאמדים כיום במסגרת אמידת המודל הא-פרמטרי. כיום מתפרסמות באתר הבנק התשואות לשנה, שנתיים, שלוש שנים, ארבע שנים, שבע שנים, עשר שנים, חמש-עשרה שנים ולעקום הצמוד גם עשרים שנים. האמידה בשיטה הפרמטרית מאפשרת לקבל ערכים גם לטווחים הנמצאים בין הנקודות על הרשת של המודל הא-פרמטרי ולטווחים שמעבר לטווח האחרון של המודל הא-פרמטרי. תכונה זו חשובה לצורך תמחור של משכנתאות לכל הטווחים הרלוונטיים.

ב. האמידה בשיטה הפרמטרית מבטיחה עקום חלק בכל הטווחים (אך יש לציין שקיימת תחליפיות מסוימת בין החלקה והתאמה מדויקת לתשואות לפדיון של אגרות החוב הנסחרות בפועל).

לסיכום, האמידה בשני שלבים, א-פרמטרי ואז נלסון-סיגל, מייצרת התאמה טובה בין העקומים הנאמדים למחירי אגרות החוב הממשלתיות השקליות והצמודות למדד ויציבות של העקומים הנאמדים על-פני זמן. העקומים הנאמדים לכל תאריך מאפשרים לחשב את הריבית הצפויה ואת האינפלציה הצפויה לפי שוק-ההון לכל טווח-זמן עתידי רלוונטי (עד-כדי פרמיות סיכון ונזילות המגולמות במחירים בשוק). לפיכך, הם יכולים להוות בסיס לחישוב הריבית הכוללת החזויה הגלומה בהצעות משכנתא שונות ולאפשר ללקוח השוואה בין הצעות שונות.

ביבליוגרפיה

ברודסקי, א' ונ' שטינברג (2011). "שדרוג המודל לאמידת עקום התשואות המיושם בבנק ישראל", סדרת ניירות תקופתיים של בנק ישראל. 2011.01.

שטיין, ר' (2012). "השפעת העונתיות במדד על אומדני הציפיות לאינפלציה", סדרת ניירות תקופתיים של בנק ישראל. 2012.06.

שטינברג, נ' (2014). "אמידת עקום התשואות של איגרות חוב ממשלתיות בשיטת נלסון-סיגל-סוונסון", סדרת ניירות לדיון של בנק ישראל. 2014.07.

Diebold, F. X. and C. Li (2006). "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields", *Journal of Econometrics 130*, 337-364.

McCulloch, J. H. (1971). "Measuring the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Business 44*, 19–31.

Nelson, C. R. and A. F. Siegel (1987). "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of Business 60*, 473–489.

Svensson, L. (1994). "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates with the Extended Nelson and Siegel Method", *Sveriges Riksbank Quarterly Review 3*, 13–26.